**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Факультет прикладной математики и информатики

Лабораторная работа №5 по курсу “ВМА”

“Метод Данилевского”

Вариант №3

Выполнил: Ёда Никита

3 курс, 6(а) группа

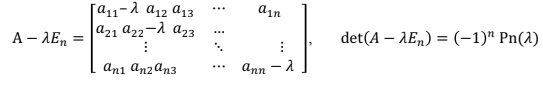
Преподаватель: Будник А.М.

2023

**Постановка задачи**

Необходимо найти собственные значения и собственные векторы

матрицы А:



Для этого требуется:

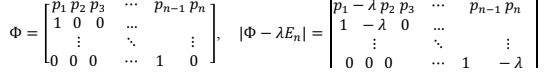
1. Построить: - собственный (характеристический) многочлен матрицы А.

2. Решить уравнение:

3. Найти собственные векторы: , i = 1,n

**Алгоритм решения**

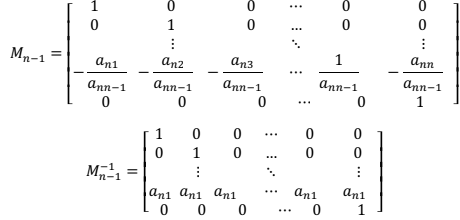
Метод Данилевского является прямым методом решения полной задачи собственных значений (т.е. позволяет весь спектр). Метод построен на том факте, что преобразование подобия AS не изменяет характеристическогомногочлена. С помощью такого преобразования исходная матрица А приводится к канонической форме Фробениуса:



После разложения определителя получим:



Матрица A приводится к Ф, в результате последовательного домножения справа на и слева на , а S можно получить как



Из 0 находим , далее решая , находим собственный вектор матрицы Ф:, далее находим собственные векторы матрицы А из x = Sy =

**Листинг программы**

print("Матрица A:\n\t", A)

At = a.transpose()

a = np.dot(At, a)

print("\nСимметрическая матрица A\*A^T:\n\t", a)

f = a

s = np.identity(n)

for i in range(n - 1):

    m = np.identity(n)

    m[n - 2 - i] = f[n - 1 - i]

    f = np.dot(m, f)

    f = np.dot(f, np.linalg.inv(m))

    s = np.dot(s, np.linalg.inv(m))

print("\nКаноническая Ф:\n\t", f)

print("\nМатрица преобразования S:\n\t", s)

p = f[0]

print("\nКоэффициенты собственного многочлена P(lambda):\n\t", p)

x = symbols('x')

Lambda = solve(x\*\*5 - p[0] \* x\*\*4 - p[1] \* x\*\*3 - p[2] \* x\*\*2 - p[3] \* x - p[4], x)

print("\nСобственные значения lambda:\n\t", Lambda)

maxLambda = max(Lambda)

print("\nmax(lambda):\n\t", maxLambda)

y = [maxLambda \*\* i for i in range(n - 1, -1, -1)]

print("\nСобственный вектор матрицы Ф — y(max(lambda))∶\n\t", y)

x = np.dot(s, y)

print("\nСобственный вектор матрицы А — x(max(lambda))∶\n\t", x)

r = np.dot(a, x) - maxLambda \* x

print("\nВектор невязки r:\n\t", r)

**Вывод**

Матрица A:

[[0.3857, -0.0508, 0.0102, 0.0203, 0.0711],

[0.0528, 0.6039, 0.0, -0.0406, 0.0406],

[0.0305, 0.0, 0.4852, -0.1421, 0.0812],

[-0.0609, 0.1279, 0.0, 0.4711, -0.0203],

[0.2538, 0.0, 0.0914, 0.0102, 0.5684]]

Симметрическая матрица A\*A^T:

[[0.22060583 0.00450325 0.04193006 -0.02474925 0.17753974]

[0.00450325 0.38363426 -0.00051816 0.03470411 0.01831009]

[0.04193006 -0.00051816 0.24387704 -0.06780758 0.09207522]

[-0.02474925 0.03470411 -0.06780758 0.24429211 -0.0155092]

[0.17753974 0.01831009 0.09207522 -0.0155092 0.33678766]]

Каноническая Ф:

[[ 1.42919690e+00 -7.58323068e-01 1.84357781e-01 -2.02232134e-02

7.83880398e-04]

[ 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00

0.00000000e+00]

[ 7.45301921e-17 1.00000000e+00 4.03204578e-17 2.09808074e-17

3.38324737e-19]

[ 1.17625996e-12 -1.48132270e-12 1.00000000e+00 -1.07778866e-13

5.38892778e-15]

[-1.94484315e-13 2.37432642e-13 -9.96083371e-14 1.00000000e+00

-8.23519874e-16]]

Матрица преобразования S:

[[ 9.61427813e+04 -1.20735531e+05 5.20127595e+04 -8.73934491e+03

4.36433615e+02]

[-4.97538231e+03 -5.63543798e+02 3.22076485e+03 -9.43866501e+02

5.78284005e+01]

[-2.15019696e+05 2.71229909e+05 -1.17394006e+05 1.98171800e+04

-9.95428667e+02]

[-1.81822477e+05 2.27470161e+05 -9.77339001e+04 1.64294682e+04

-8.23664154e+02]

[ 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00

1.00000000e+00]]

Коэффициенты собственного многочлена P(lambda):

[ 1.42919690e+00 -7.58323068e-01 1.84357781e-01 -2.02232134e-02

7.83880398e-04]

Собственные значения lambda:

[0.0856647753716888, 0.170118025537056, 0.265810054944398, 0.394004397801682, 0.513599646345286]

max(lambda):

0.513599646345286

Собственный вектор матрицы Ф — y(max(lambda))∶

[0.0695823134698998, 0.135479675589809, 0.263784596726003, 0.513599646345286, 1]

Собственный вектор матрицы А — x(max(lambda))∶

[0.700495262625964 0.0997136845319559 0.509773756948334 -0.237468224573377

1.00000000000000]

Вектор невязки r:

[-6.41398045786445e-12 3.13270243079700e-13 1.35296218672920e-11

1.19269871756700e-11 3.69260177990327e-13]

**Анализ**

С помощью метода Данилевского мы нашли все собственные значения и по ним можем построить полный спектр. Для найденного собственного вектора x матрицы А соответствующего максимальному собственному значению норма вектора невязки получилась порядка , что говорит о том, что собственный вектор найден с достаточной точностью.